**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**по практической работе №2**

**по дисциплине «Теория принятия решений»**

Тема: Бесконечные антагонистические игры

**Вариант 2**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8383 |  | Бабенко Н.С. |
| Преподаватель |  | Попова Е.В. |

Санкт-Петербург

2022

**Цель работы**

Использование инструментальных средств для решения задач поддержки принятия решения, а также овладение навыками принятия решения на основе бесконечных антагонистических игр.

**Основные теоретические положения**

В данной работе рассматриваются антагонистические игры, которые отличаются от матричных тем, что в них один или оба игрока имеют бесконечное (счётное или континуум) множество стратегий. С теоретико-игровой точки зрения это отличие малосущественно, поскольку игра остаётся антагонистической и проблема состоит в использовании более сложного аналитического аппарата исследования.

Таким образом, исследуются общие антагонистические игры, т.е. системы вида (1)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *,* | (1) |

где и – произвольные бесконечные множества, элементы которых являются стратегиями игроков 1 и 2 соответственно, а – функция выигрыша игрока 1. Выигрыш игрока 2 в ситуации равен , (игра антагонистическая). Далее рассматриваются такие игры, у которых функция ограничена.

Одновременная игра преследования на плоскости.

Пусть и – множества на плоскости. Игра заключается в следующем. Игрок 1 выбирает некоторую точку , а игрок 2 выбирает точку . При совершении выбора игроки 1 и 2 не имеют информации о действиях противника, поэтому подобный выбор удобно интерпретировать как одновременный. В этом случае точки, являются стратегиями игроков 1 и 2 соответственно. Таким образом, множества стратегий игроков совпадают с множествами и на плоскости.

Целью игрока 2 является минимизация расстояния между ним и игроком 1 (игрок 1 преследует противоположную цель). Поэтому под выигрышем игрока 1 в этой игре понимается евклидово расстояние между точками и , т.е. , . Выигрыш игрока 2 полагаем равным выигрышу игрока 1, взятому с обратным знаком, а именно (игра антагонистическая).

Модель покера с одним кругом ставок и одним размером ставки.

В начале партии каждый из двух игроков A и B ставит по единице. После того, как каждый из игроков получит карту, ходит игрок A: он может или поставить ещё единиц или спасовать и потерять свою начальную ставку. Если A ставит, то у B две альтернативы: он может или спасовать (теряя при этом свою начальную ставку), или уровнять, поставив *c* единиц. Если B уравнивает, то игроки открывают свои карты и игрок с лучшей картой выигрывает.

Стратегии строятся следующим образом. Пусть

* – вероятность того, что если A получит , то он поставит ,
* – вероятность того, что если A получит , то он спасует,
* – вероятность того, что если B получит , то он уравняет ставку ,
* – вероятность того, что если B получит , то он спасует.

Если игроки применяют эти стратегии, то ожидаемый чистый выигрыш представляет собой сумму выигрышей.

**Постановка задачи**

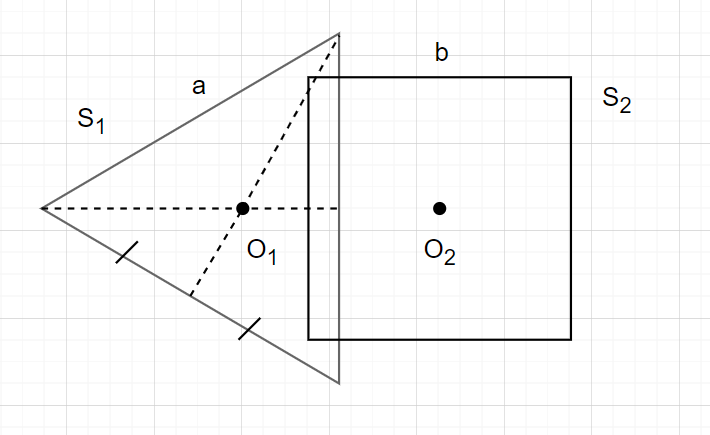
Используя инструментальные средства компьютерной алгебры решить задачи преследования и покера.

**Выполнение работы**

***Одновременная игра преследования на плоскости.***

Для задачи преследования были отображены фигуры на плоскости: равносторонний треугольник со стороной a и квадрат со стороной b. Согласованные с вариантом фигуры представлены на рис. 1.

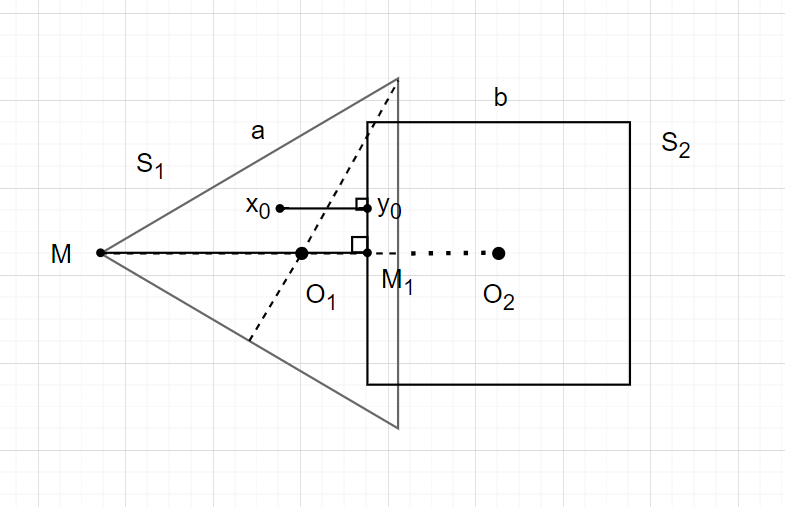
Были рассмотрены два случая задачи: центр масс фигуры  принадлежит фигуре  и центр масс фигуры  не принадлежит фигуре .



*Рисунок 1 – Отображение фигур для случая*

1. ***Центр масс фигуры  не принадлежит фигуре***

Найдём ***нижнюю цену игры***. Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 2.



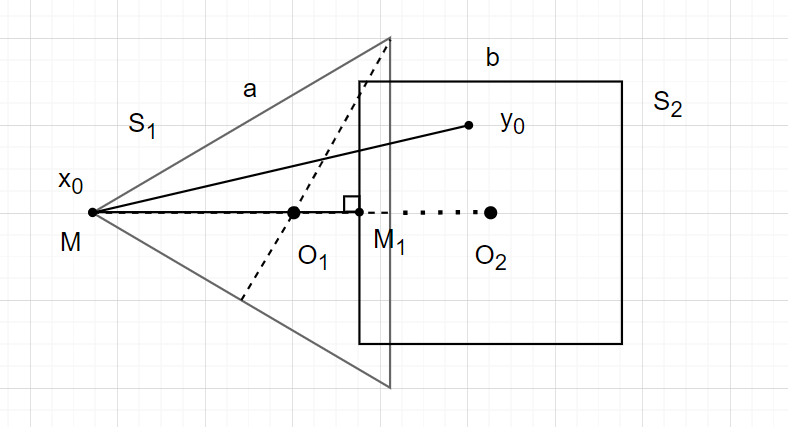
*Рисунок 2 – Нахождение нижней цены игры для случая*

1. Для любой точки принадлежащей и не принадлежащей минимальное расстояние до равно перпендикуляру, опущенному на сторону . На рис. 2 изображен пример поиска минимального расстояния.
2. Для того, чтобы данное расстояние было максимально возможным, точка *x*0 должна находиться в дальней вершине треугольника *S*1 и пересекать центр масс треугольника, а также образовывать перпендикуляр. На рис. 2 изображено данное расстояние .
3. Таким образом, согласно рис. 2 определим нижнюю цену игры:

В равностороннем треугольнике медианы, высоты и биссектрисы равны. Следуя из этого, можно найти высоту треугольника по теореме Пифагора. Высота треугольника равна . Также известно, что медианы в равносторонним треугольнике точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины. Следовательно, можно определить расстояние от вершины до , которое равно .

Нижняя цена игры равна:

Найдём ***верхнюю цену игры*** для случая . Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 3.



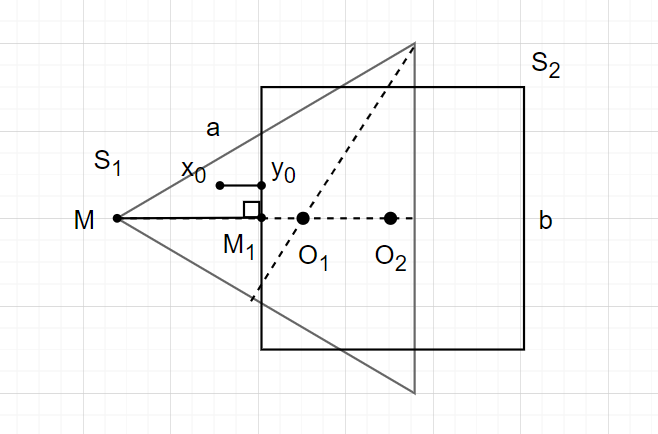
*Рисунок 3 – Нахождение верхней цены игры для случая*

1. Для любой точки принадлежащей расстояние до любой точки , принадлежащей будет максимальным, только в том случае если лежит в дальней вершине .
2. Для того, чтобы данное расстояние было минимально возможным, точка должна находится на границе квадрата и образовывать перпендикуляр с точкой .
3. Согласно рис. 3 определим верхнюю цену игры:

Проверим, существуют ли такие значения, при которых . Формулы для совпадают, поэтому нижняя цена игры равна верхней цене игры, поэтому данный случай является игрой в чистых стратегиях.

1. ***Центр масс фигуры  принадлежит фигуре .***

Найдём ***нижнюю цену игры***.



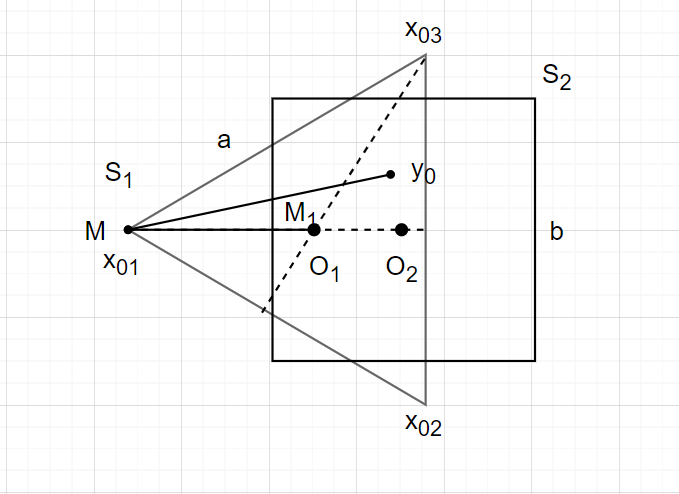
*Рисунок 4 – Нахождение нижней цены игры для случая*

Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 4.

Поиск нижней цены игры для случая :

1. Для любой точки принадлежащей и не принадлежащей минимальное расстояние до равно перпендикуляру, опущенному на сторону . На рис. 4 изображен пример поиска минимального расстояния.
2. Для того, чтобы данное расстояние было максимально возможным, точка *x*0 должна находиться в дальней вершине *S*1 и образовывать перпендикуляр к стороне квадрата.
3. Таким образом, согласно рис. 4 определим нижнюю цену игры:

Найдём ***верхнюю цену игры***. Графическое изображение рассуждений представлено на рис. 5.

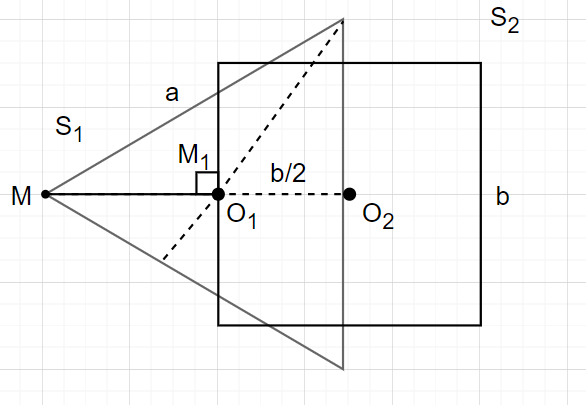


*Рисунок 5 – Нахождение верхней цены игры для случая*

1. Для любой точки принадлежащей расстояние до любой точки , принадлежащей будет максимальным, только в том случае если лежит на в вершине треугольника . Но в зависимости от расположения точки точка будет изменяться: может быть любая вершина треугольника, на рис. 5 показаны примеры расположения . Можно увидеть, что при любом расположении расстояние до будет всегда больше или равно расстоянию от вершины до центра масс треугольника, которое было найдено ранее.
2. Для нахождения минимального расстояния можно заметить, что если выбрать точку в центре масс треугольника, то можно найти минимальное расстояние, которое равно от вершины до центра масс = .
3. Согласно рис. 5 определим верхнюю цену игры:

Проверим, существуют ли такие значения, при которых .

Таким образом, чтобы расстояние между центрами масс треугольника и квадрата должно быть равно половине стороны квадрата. Значит при данном условии, нижняя цена игры будет равна верхней цене игры, поэтому данный случай является игрой в чистых стратегиях.



*Рисунок 6 – Чистая стратегия*

***Модель покера с одним кругом ставок и одним размером ставки***

Найдено значение игры покера с одним кругом ставок при значении ставки , равной 3.

1. ***Первая стратегия***

Средний выигрыш А определяется как:

Первый игрок максимизирует выигрыш, а второй – минимизирует. A использует стратегию с порогом . Порог получается из формулы проигрыша B, и далее можно найти минимальный проигрыш B, который рассчитывается по формуле ниже, где – стратегия A:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

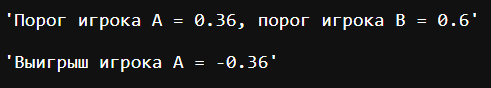
Постараемся максимизировать минимальный проигрыш B, находим максимум параболы, который равен:

Подсчитаем значение выигрыша первого игрока:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Выигрыш A равен:

Проверим ответ, решив задачу с помощью программы.



*Рисунок 7 – Результат выполнения программы*

Игрок B находится в выигрышном положении, так как порог игрока A = меньше порога игрока B = , следовательно, игрок A должен быть более осторожен.

Игрок A:

* –> , пасует
* –> , ставит

Игрок B:

* –> , пасует
* –> , ставит

1. ***Стратегия с блефом***

При использовании оптимальной стратегии игроком A, наилучший ответ B – использование с порогом . Вычислим Q(x) для данного .

:

:

Выигрыш игрока A:

Следовательно, игрок A:

* – , ставит
* – с вероятностью - пасует, и начинает блефовать с вероятностью

Игрок B:

* , , ставит
* , пасует

**Выводы**

В ходе выполнения практической работы по изучению бесконечных игр были использованы инструментальные средства для решения задач поддержки принятия решения, а также освоены навыки принятия решения на основе бесконечных антагонистических игр.

При поиске оптимальных стратегий для одновременной игры преследования на плоскостях, которыми являются две фигуры: равнобедренный треугольник и квадрат, было выяснено, что данная игра решается в чистых стратегиях при случае, когда центр масс первой фигуры не принадлежит второй фигуре, а в случае, когда центр масс принадлежит второй фигуре игра решается в чистых стратегия только при условии, что расстояние равняется половине стороны квадрата.

При поиске оптимальных стратегий для покера с одним кругом ставок при значении ставки было выявлено, что при реализации оптимальных стратегий ожидаемый чистый выигрыш что свидетельствует о том, что после первого круга ставок игрок А окажется в проигрышном положении.

Приложение А

иСХОДНЫЙ КОД ДЛя покера с одним кругом ставок

from IPython.core.interactiveshell import InteractiveShell

InteractiveShell.ast\_node\_interactivity = "all"

c = 3

a = pow(c/(c+2), 2)

b = c/(c+2)

H = (pow((c+2),2)/(4\*(c+1)))\*(-pow(a,2)+2\*a\*(pow(c,2)/pow(c+2,2))-(pow(c,2)/pow(c+2,2)))

f'Порог игрока А = {a}, порог игрока B = {round(b,2)}'

f'Выигрыш игрока А = {H}'

a = (c-1)/(c+1)

b = (c-2)/c

H2 = ((c\*\*2)/(4\*(c+1)))\*((b\*\*2)-2\*b\*(((c\*\*2)-2\*c)/(c\*\*2))+1)

f'Порог игрока А = {a}, порог игрока B = {round(b, 2)}'

f'Выигрыш игрока А = {round(H2, 2)}'